

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное агентство по образованию

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Начертательная геометрия

Методические указания к практическим занятиям для
студентов заочного обучения

Издательство

Иркутского государственного технического университета

2008

Начертательная геометрия. Методические указания к практическим занятиям для студентов заочного обучения. Составитель: Трифонова В. В. Иркутск: Изд.-во ИрГТУ, 2008 г. – 36 с.

Методические указания предназначены для проведения практических занятий по начертательной геометрии и содержат условия задач, подлежащих решению. В пособии кратко рассмотрены теоретические вопросы относительного положения геометрических объектов, представлен тематический план практических занятий, вопросы и упражнения для самоконтроля.

ВВЕДЕНИЕ

Специфические цели изучения начертательной геометрии определяются конкретным содержанием предмета – научить студентов:

- способам изображения пространственных фигур на плоскости;
- мысленно воспроизводить пространственную форму изображенной на чертеже фигуры;
- решать графическим способом геометрические задачи, определяя позиционные, метрические и конструктивные характеристики изображенных на чертеже пространственных фигур и их совокупности.

Учебный процесс по начертательной геометрии включает следующие формы обучения: лекции, практические занятия с программированным контролем знаний по всем темам курса, выполнение графических работ (эпюров), консультации и экзамен.

ЛЕКЦИИ. На лекциях студенты знакомятся с теоретическими основами курса, методами решения типовых задач начертательной геометрии.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ. Теоретический материал углубленно изучается по рекомендованным учебникам и закрепляется решением упражнений по текущей теме курса в настоящем пособии. Выполняется домашняя контрольно-графическая работа по индивидуальным занятиям.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ. Включают следующие этапы работы:

1. Студенты предъявляют преподавателю выполненные в пособии упражнения по текущей теме, уточняют и дополняют их.
2. Проводится тестовый контроль – оценивается степень подготовки студентов к практическим занятиям.
3. Решаются задачи из данного пособия или выполняется контрольно-графическая работа.

Данное пособие включает: материал, обеспечивающий закрепление знаний по темам курса в процессе самостоятельной работы студентов, а так же материалы, необходимые для проведения практических занятий и выполнения контрольно-графической работы. Учебный материал сгруппирован по практическим занятиям. В разделе для каждого практического занятия содержатся:

1. Краткие теоретические сведения и методические указания к изучаемой теме.
2. Упражнения для самостоятельного решения студентами после прослушанной лекции по теме.
3. Условия задач, рекомендованных для решения на практических занятиях.

Графические построения выполняются карандашом средней твердости с помощью чертежных инструментов по правилам стандартов ЕСКД.

Содержание практических занятий

№	Тема	Учебная деятельность	Часы
1	Метод проецирования. Задание точки, прямой на комплексном чертеже Монжа.	Выполнение этюра точек и прямых.	2
2	Плоскость. Точка и прямая в плоскости. Главные линии плоскости. Взаимное положение точки, прямой и плоскости. Взаимное положение плоскостей. Методы преобразования проекций. Позиционные и метрические задачи	Построение линии пересечения двух плоскостей. Определение Н.В. плоской фигуры	2
3	Поверхности. Способы образования и задания на чертеже поверхности. Поверхности вращения; линейчатые поверхности. Точка и линия на поверхности.	Построение проекций точек, принадлежащих поверхностям.	2
4	Сечение поверхности плоскостью	Графическое построение проекций линий пересечения поверхности вращения проецирующими плоскостями. Построение натуральной величины фигуры сечения.	2
5	Пересечение поверхностей вращения.	Графическое построение проекций линий пересечения поверхностей вращения.	2

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. М.: Высш.шк., 2004. – 135 с.
2. Локтев О.В. Задачник по начертательной геометрии. М.: высш.шк., 2002. – 102 с.
3. Нартова Л.Г., Якунин В.И. Начертательная геометрия. М, Дрофа, 2003.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Точки обозначаются прописными буквами латинского алфавита, например, А, В, С, ..., а также цифрами: 1, 2, 3.

Линии обозначаются строчными буквами латинского алфавита, например, а, b, с,

Плоскости обозначаются прописными буквами греческого алфавита Σ , Т, У, Ф, Ψ ,

Проекции точек, линий и плоскостей обозначаются теми же буквами что и оригиналы, только с индексами, соответствующими индексам плоскостей, например, A_1 , B_2 , ..., n_1 , n_2 , n_3 .

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

1. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

Решение прямой задачи проецирования точки иллюстрируется пространственной моделью (рис.1), комплексным чертежом (рис.2).

Модель проецирования точки Комплексный чертеж точки

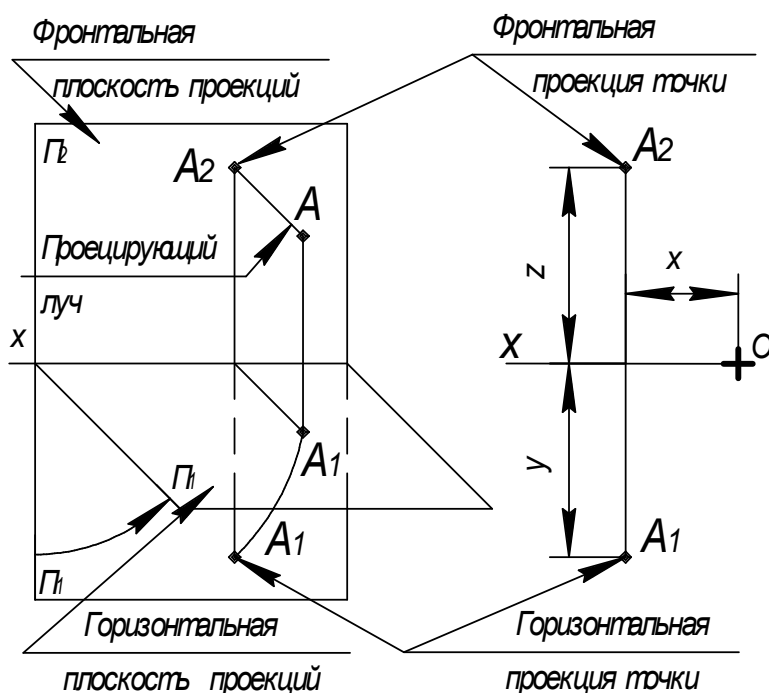


Рис. 1

Рис. 2

Определитель точки пространства – координаты X, Y, Z точки, т. е. расстояния точки от трех координатных плоскостей. Принимается, что плоскости проекций совмещены с координатными.

Условная запись определителя точки: $A(X, Y, Z)$.

Проекцией точки называется точка пересечения проецирующего луча с плоскостью проекций (рис. 1).

Плоский чертеж получается совмещением одной из плоскостей проекций с другой плоскостью проекций вращением вокруг оси проекций.

Комплексным чертежом (эпюром Монжа) называется плоский чертеж, состоящий из проекций изображаемого образа, размещенных в проекционной связи друг с другом. Линия проекционной связи всегда перпендикулярна к оси проекций, разделяющей данные изображения (рис. 2).

Комплексный чертеж точки содержит две проекции точки, связанные между собой линией проекционной связи.

Построение дополнительной проекции точки по двум заданным

Во многих случаях требуется строить дополнительные проекции объектов на других плоскостях проекций. Новую плоскость проекций располагают перпендикулярно к одной или одновременно к двум основным плоскостям проекций Π_1 и Π_2 (рис. 3).

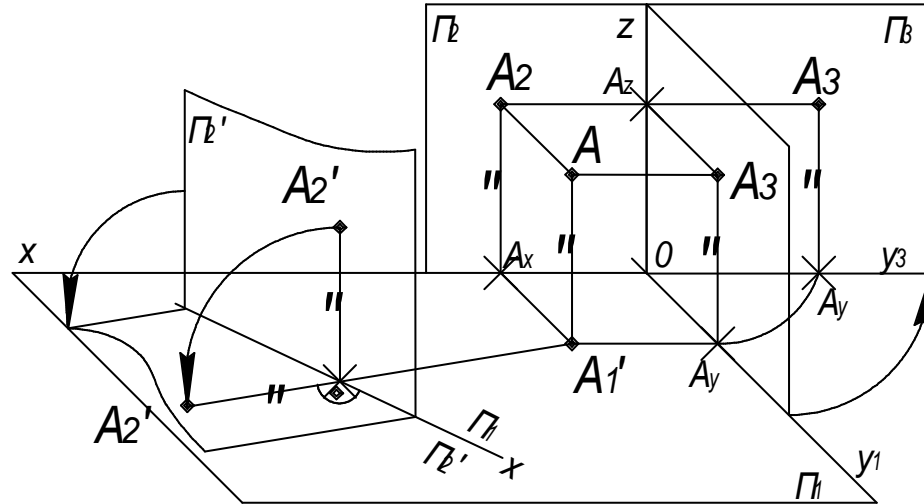


Рис. 3

Дополнительные проекции точки строятся на линиях проекционной связи, перпендикулярных к новой оси.

Расстояние новой проекции точки до новой оси равно расстоянию замеряемой до старой оси (рис. 4, 5).

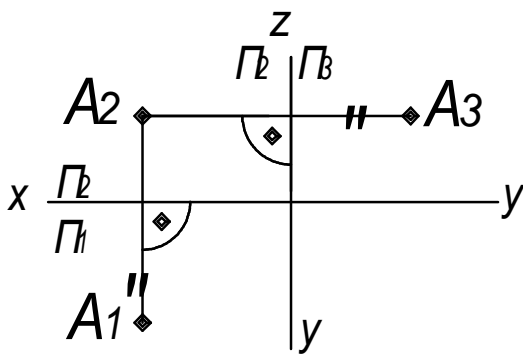


Рис. 4

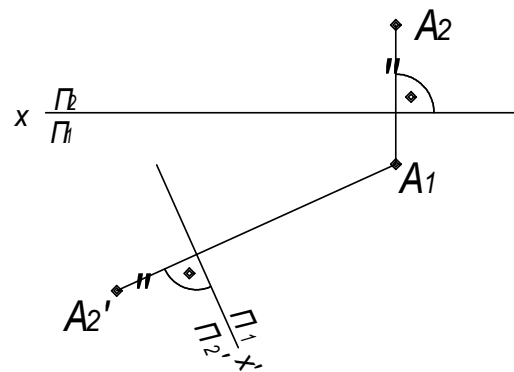


Рис. 5

2. ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ

Прямая в пространстве безгранична. Ее положение определяется двумя точками (рис. 6). Проекции прямой проходят через одноименные проекции точек, которыми она задана.

Проекциями прямой могут быть прямая или точка. В последнем случае прямая расположена перпендикулярно к плоскости проекций.

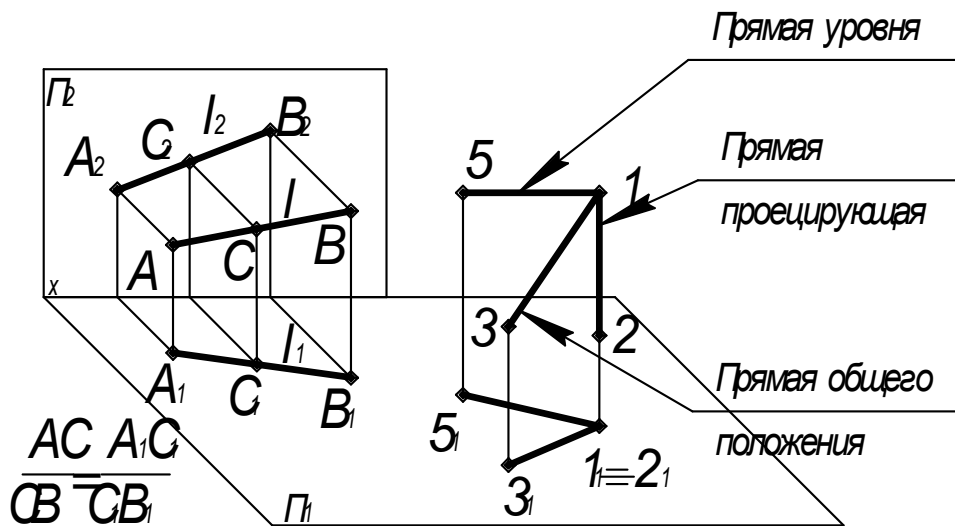


Рис.6

Комплексный чертёж
прямой общего положения

Определитель прямой в пространстве - две точки. Условная запись: $l(AB)$.

На чертеже прямую определяют двумя проекциями прямой: $l(A_2B_2; A_1B_1)$ или $(l_2; l_1)$ (рис. 7).

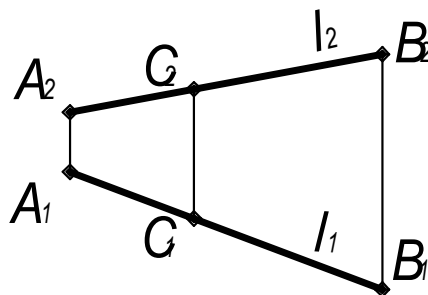


Рис. 7

Условие принадлежности
точек прямой

Точка принадлежит прямой, если проекции точки принадлежат одноименным проекциям прямой:

$$A \in l, \text{ если } A_1 \in l_1, A_2 \in l_2.$$

Комплексные чертежи
прямых частного положения

Прямая $a \perp \Pi_1$ – горизонтально-проецирующая, определяется по признаку: одна проекция прямой – точка (рис.8).

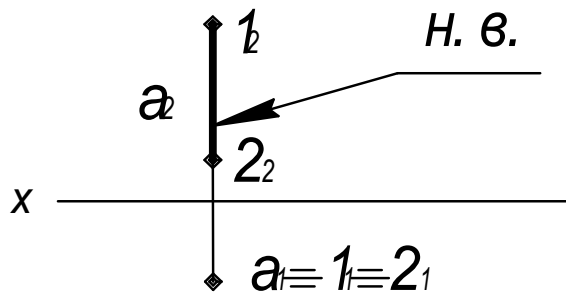


Рис. 8

Прямая $g \parallel \Pi_1$ – горизонтальная, определяется по признаку: $g_2 \parallel x$ (рис. 9);
 Прямая $f \parallel \Pi_2$ – фронтальная, определяется по признаку: $f_1 \parallel x$ (рис. 10);

A_1B_1 – натуральная величина.

C_2D_2 – натуральная величина.

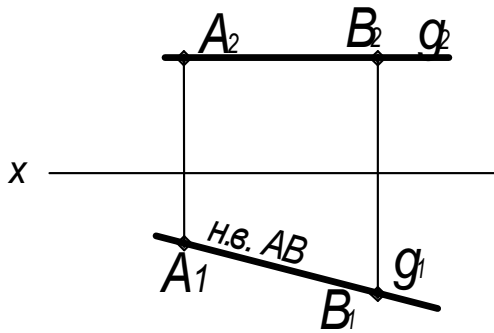


Рис. 9

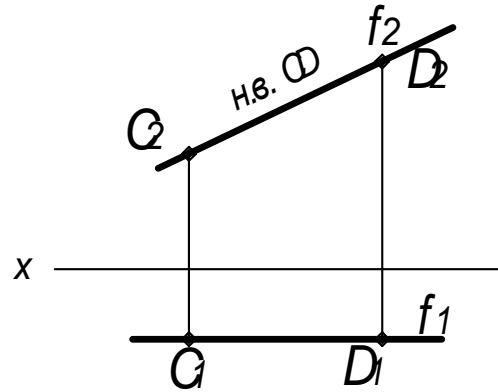


Рис. 10

Прямая EF – профильная, определяется по признаку: $E_1F_1 \perp x$; $E_2F_2 \perp x$ (рис. 11);

E_3F_3 – натуральная величина.

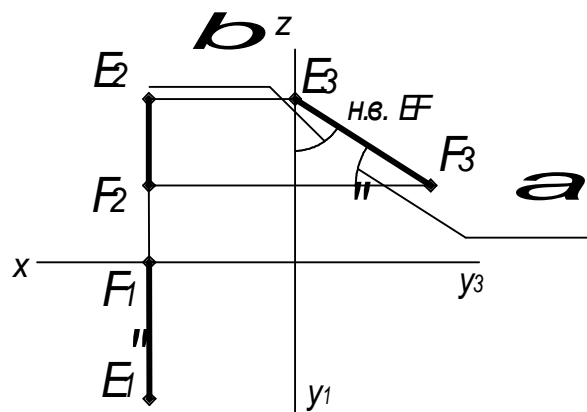


Рис. 11

? Контрольные вопросы:

ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ

1. Что такое проекция предмета?
2. Какие методы проецирования вы знаете?
3. Дайте определение комплексного чертежа (эпюра Монжа).
4. Что называется безосным эпюром?
5. Что называется проекцией точки?
6. Сколько проекций точки на комплексном чертеже определяют ее положения в пространстве?
7. Сколько плоскостей проекций вы знаете? Как они располагаются и называются?
8. Как на эпюре расположены линии проекционной связи?
9. Что называется координатами точек?
10. Что такое конкурирующие точки?

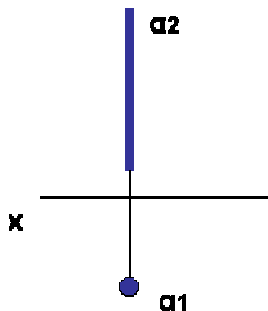
ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ

11. Как задается прямая на комплексном чертеже?
12. Назовите условие принадлежности точек прямой.
13. Что называется прямой общего положения?
14. Какие положения прямой на комплексном чертеже являются частными?
15. Какие прямые называются проецирующими?
16. Какие прямые называются прямыми уровня?
17. Какие прямые называются пересекающимися?
18. Какие прямые называются параллельными?
19. Какие прямые называются скрещивающимися прямыми?
20. В чем заключается способ прямоугольного треугольника?

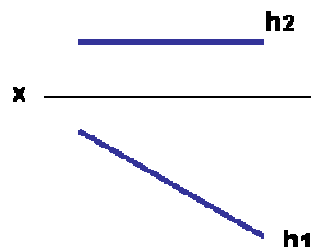
! Упражнения:

2. На чертеже Монжа построить проекции следующих точек: $A(30, 25, 5)$; $B(10, 0, 30)$ и проекции прямой, проходящей через эти точки.
3. Построить эпюр точки A , удаленной от Π_1 на 25 мм, а от Π_2 – 15 мм.
4. Рассмотрите чертежи на рисунке и запишите, какие прямые на них изображены.

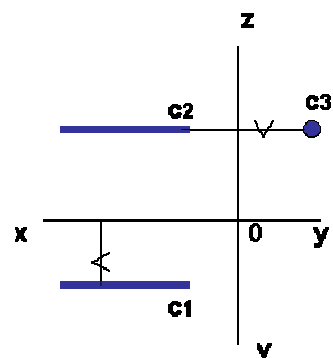
а)

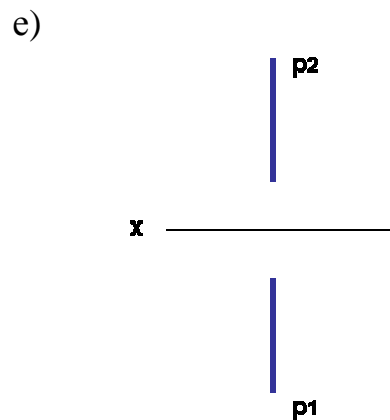
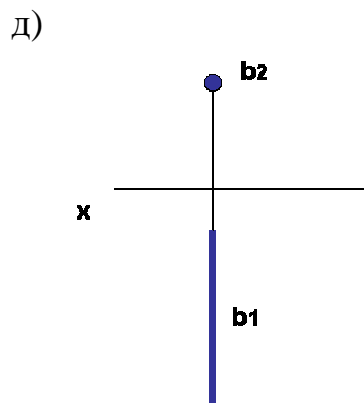
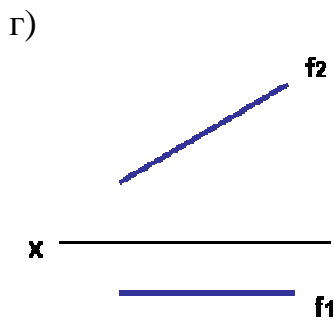


б)



в)





3. Построить эюр горизонтали h , расположенной на высоте 30 мм. под углом 30° к фронтальной плоскости проекций.
4. Построить эюр фронтали f , расположенной под углом 45° к горизонтальной плоскости проекций.
5. Построить эюр горизонтально-проецирующей прямой, отстоящей от плоскости Π_3 на 30 мм. и от Π_2 на 20 мм.

Пример тестового контроля по теме: «Точка»

№	вопрос	ответ			
		1	2	3	4
1	На каком чертеже правильно обозначены плоскости проекций?				
2	На каком рисунке правильно изображена схема образования чертежа?				
3	Какой чертеж соответствует расположению точки A в I-ой четверти?	$A_1=A_2$			
4	На каком чертеже точка B далее отстоит от плоскости Π_2 нежели точка A ?				

Пример тестового контроля по теме: «Прямая»

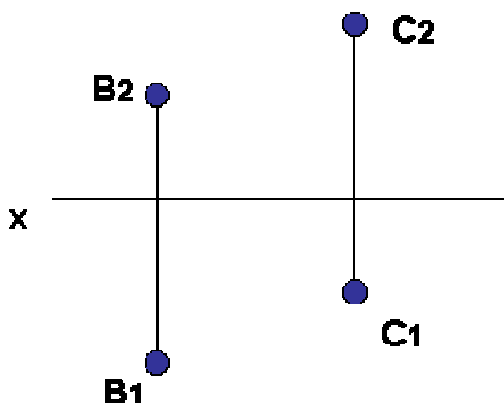
№	вопрос	ответ			
		1	2	3	4
1	Определить какая из прямых, заданных на чертеже - горизонтальная прямая.				
2	Определить какая из прямых, заданных на чертеже – профильно проецирующая прямая.				
3	Определить на каком из чертежей точка А принадлежит прямой а.				
4	Определить на каком из чертежей правильно определен угол наклона отрезка АВ к плоскости П1 (α).				

?! Задачи:

1. На двухкартинном чертеже Монжа построить проекции следующих точек:

- точки **A**, равноудаленной от плоскостей проекций Π_1 и Π_2
- точки **B**, принадлежащей горизонтальной плоскости проекций
- точки **C**, высота которой в два раза больше, чем ее глубина.

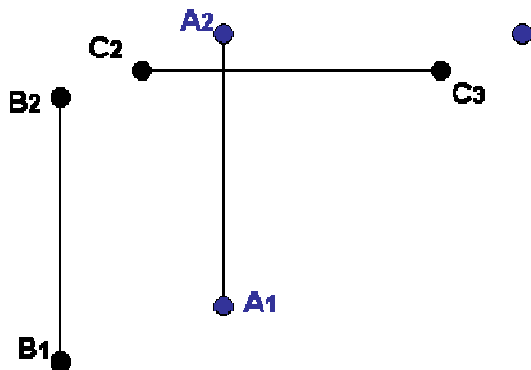
2. Построить проекции точки **A**, расположенной над точкой **B**; точки **D**, расположенной ближе точки **C** на 20 мм.



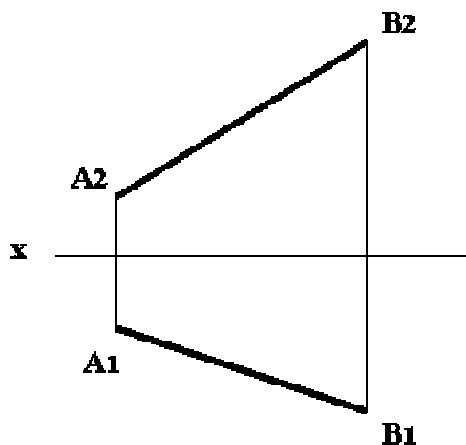
3. Дан эюр точки **A**. Провести оси проекций, если известно, что точка **A** удалена от горизонтальной плоскости проекций на 20 мм, а от профильной на 30 мм.



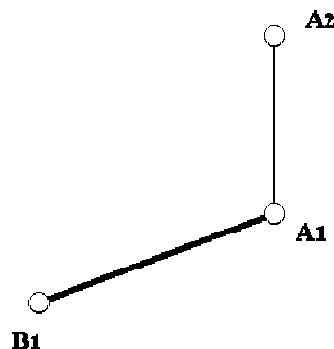
4. Дан эпюр точки А. Построить недостающие проекции точек В и С.



5. Определить натуральную величину отрезка АВ.



6. Построить фронтальную проекцию отрезка АВ, наклоненного под углом 30° к горизонтальной плоскости проекций



ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

ПЛОСКОСТЬ

Плоскость в пространстве безгранична. Плоскость общего положения на эпюре задается (рис. 12-15):

1. $\Psi (A, B, C)$;
2. $\Sigma (A, \ell)$;
3. $\Phi (n \parallel m)$;
4. $\Omega (f \cap g)$;
5. $\Sigma (\Delta KLM)$.

Проецирование плоскости общего
положения.

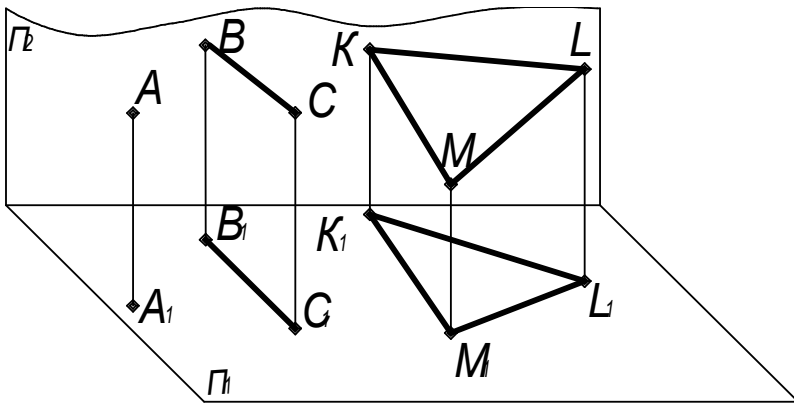


Рис. 12

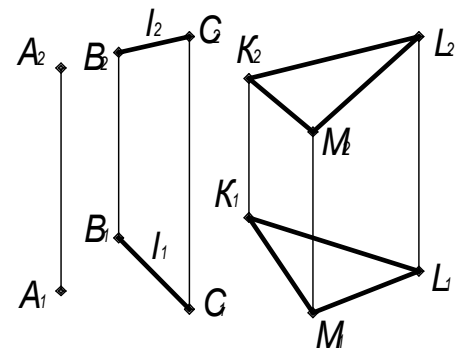


Рис. 13

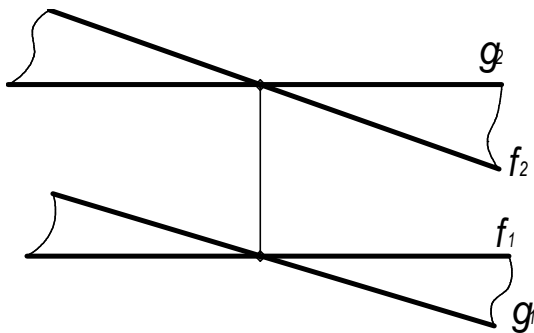


Рис. 14

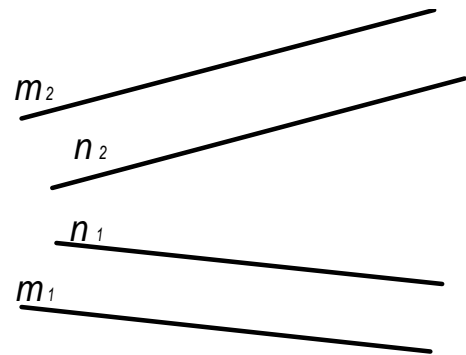


Рис. 15

Точки и прямые в плоскости.

Условия принадлежности

1. Прямая принадлежит плоскости, если она проведена через две точки, заведомо лежащие в этой плоскости, или проходит через одну точку и параллельна прямой, лежащей в этой плоскости.

2. Точка принадлежит плоскости, если она построена на прямой, принадлежащей заданной плоскости.

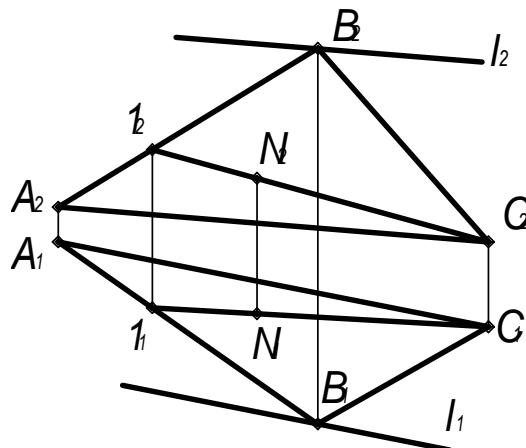


Рис. 16

Линии уровня в плоскостях

Горизонтали плоскости

$h_2 \parallel O_x$

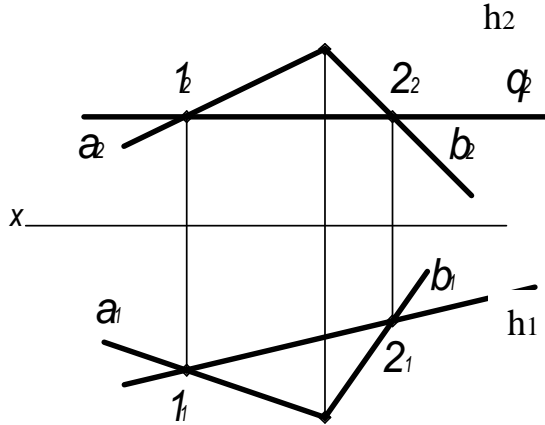


Рис. 17

Фронталы плоскости

$f_1 \parallel O_x$

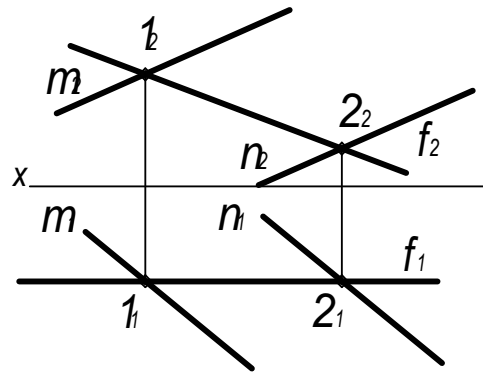


Рис. 18

Линии уровня используются для построения точек других элементов в плоскости и для преобразования плоскости общего положения в плоскость частного положения.

Проецирование плоскостей частного положения

Плоскости частного положения делятся на 2 вида:

плоскости проецирующие – перпендикулярные к одной плоскости проекций,

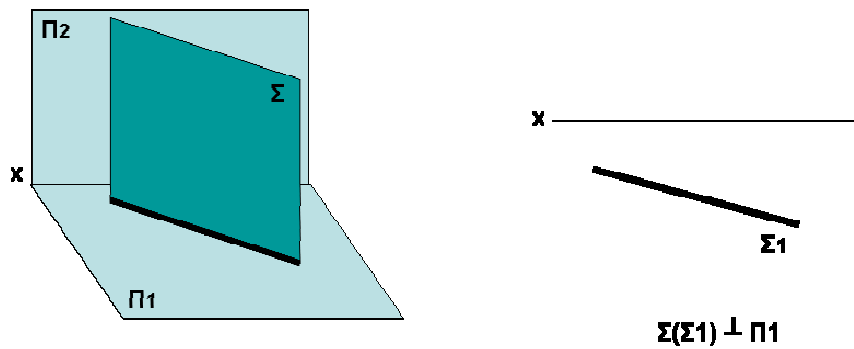


Рис. 19

плоскости уровня – параллельные одной плоскости проекций.

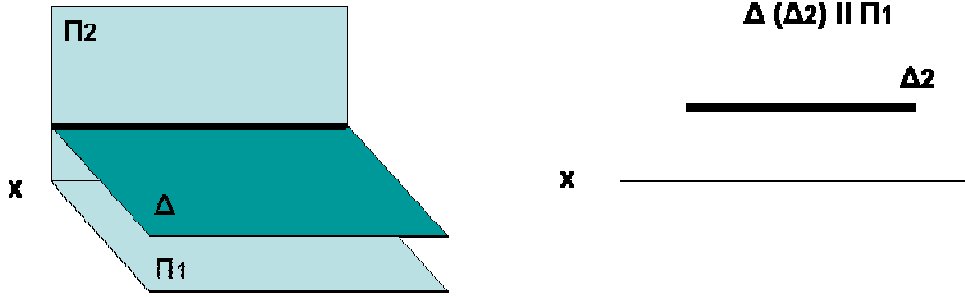


Рис. 20

Линия пересечения плоскостей частного положения с плоскостью проекций называется следом плоскости или вырожденной проекцией плоскости (рис.19-20).

Построение линии пересечения плоскостей частного $\Delta(\Delta_1)$ и общего $\Sigma(a \cap b)$ положений

Линия пересечения m плоскостей $\Delta(\Delta_1)$ и $\Sigma(a \cap b)$ проводится через две точки 1 и 2 , одновременно принадлежащие заданным плоскостям:

$$1 = a \cap \Delta \text{ и } 2 = b \cap \Delta.$$

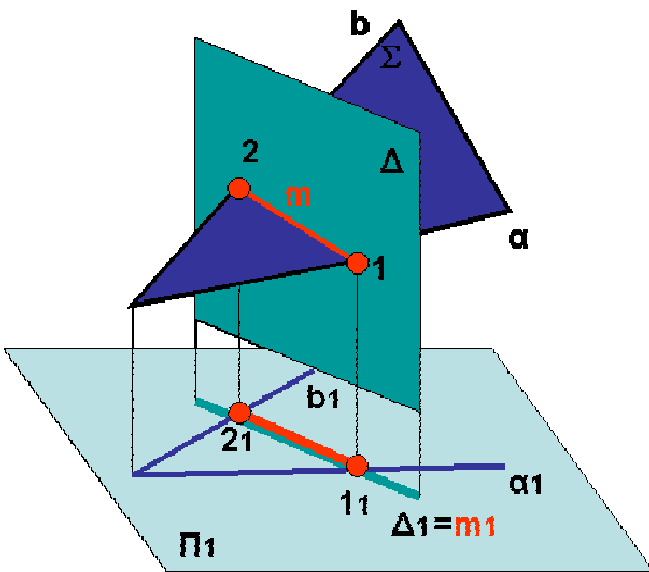


Рис. 21

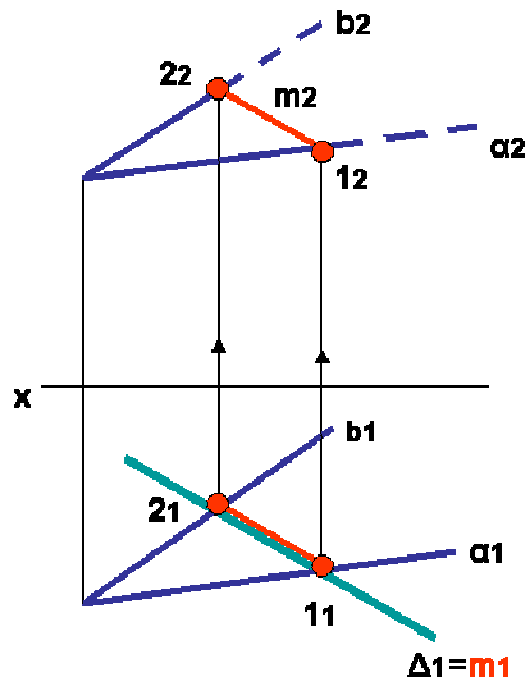


Рис. 22

Построение точки пересечения прямой и плоскости

Точка пересечения прямой с плоскостью определяется как точка принадлежащая одновременно и прямой и плоскости: $K = \Sigma \cap m$.

1. Если плоскость проецирующая, то проекции точки пересечения прямой с плоскостью находятся непосредственно, т.к. одна проекция точки пересечения определится на пересечении проекции плоскости с

соответствующей проекцией прямой, а вторая находится из условия принадлежности прямой (с помощью линии связи), рис. 23 – 24.

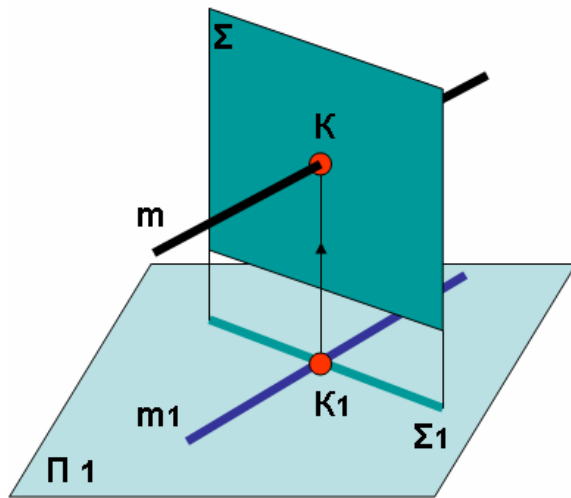


Рис.23

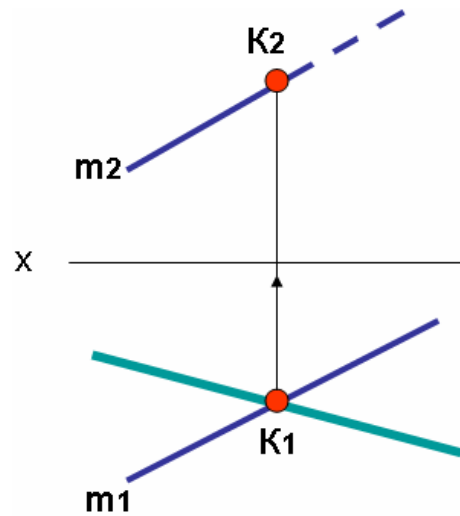


Рис.24

2. Если заданные прямая и плоскость имеют общее положение, то точку пересечения прямой с плоскостью находят в такой последовательности (рис.25 - 26):

- прямую заключают в проецирующую плоскость
- строят линию пересечения вспомогательной и заданной плоскости
- находят точку пересечения полученной линии с заданной прямой.

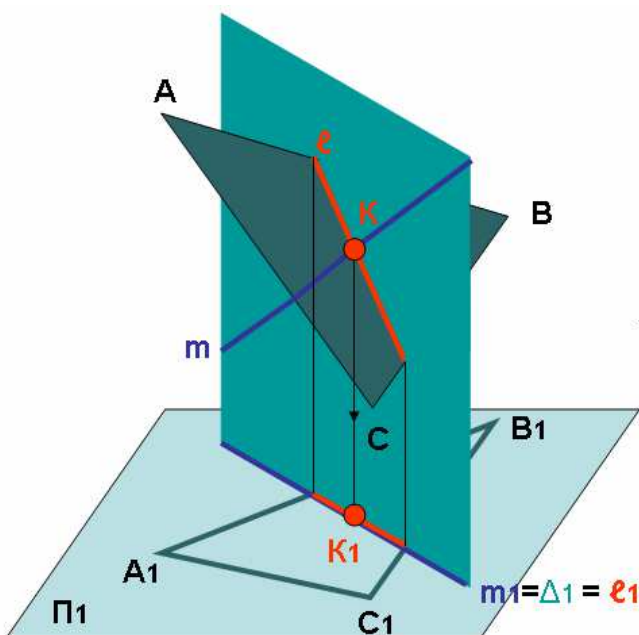


Рис. 25

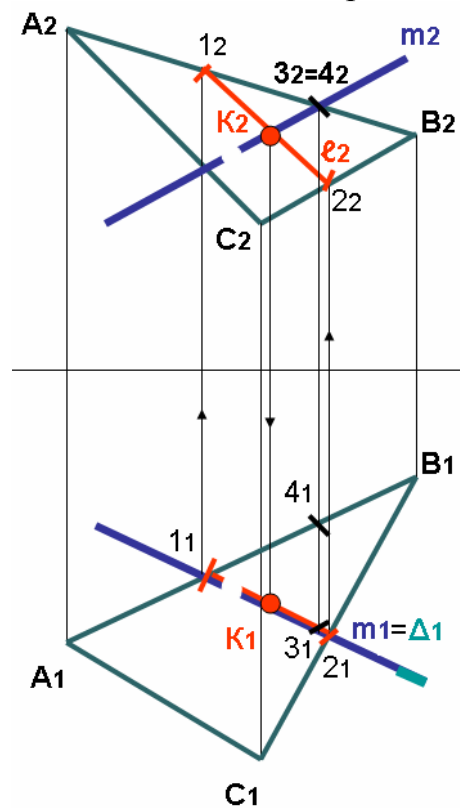


Рис. 26

Преобразование плоскости

Пример 1. Преобразовать плоскость общего положения $\Sigma(ABC)$ в проецирующую с помощью горизонтали (рис.27).

Алгоритм решения

1. Провести в плоскости h ; $h_2 \parallel x$; h_1 строится по принадлежности двух точек.
2. Система плоскостей проекций Π_2/Π_1 заменяется новой Π_1/Π'_2 , в которой $\Sigma \perp \Pi'_2$.
3. Ось x заменяется на x' ; $x' \perp h_1$;
4. В новой системе вырожденная проекция плоскости строится по координате z , то есть замеряется расстояние от меняемой оси до меняемой проекции и откладывается от новой оси по направлению перпендикуляра.

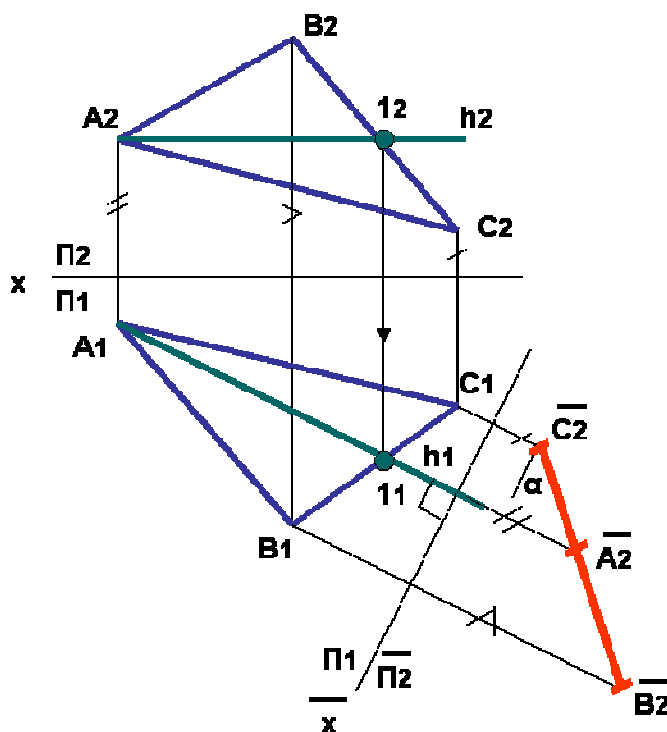


Рис. 27

Пример 2. Преобразовать проецирующую плоскость в плоскость уровня. Данное преобразование используется в том случае, когда нужно построить натуральную величину плоской фигуры (рис.28).

Алгоритм решения

1. Новая плоскость проекций Π'_1 в этом преобразовании проводится параллельно вырожденной проекции заданной плоскости.
2. Ось $x' \parallel \Sigma_2$. Так как меняется плоскость проекций Π_1 на Π'_1 , то не меняется координата y , то есть расстояние от меняемой оси до меняемой проекции.
3. Полученная проекция треугольника и есть натуральная величина.

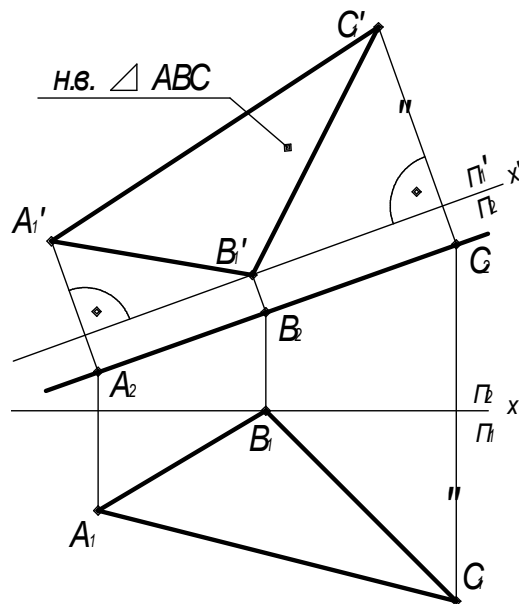


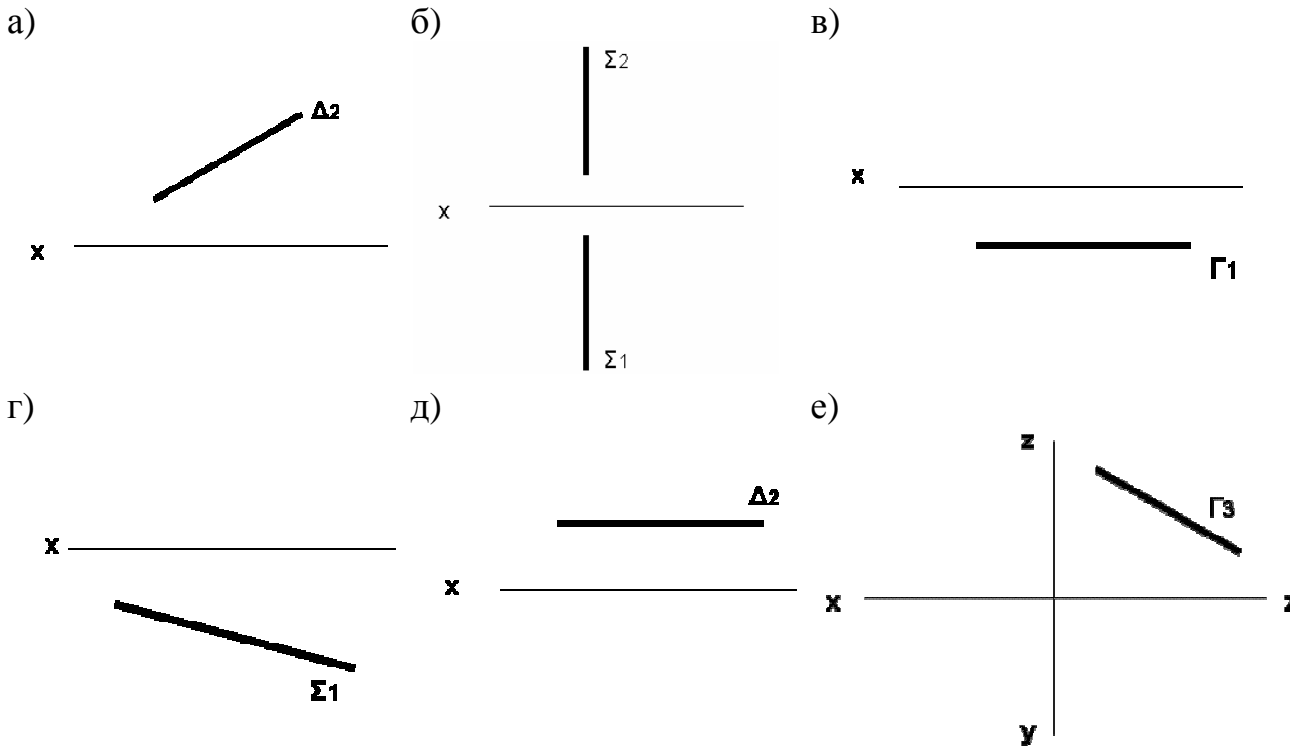
Рис. 28

? Контрольные вопросы:

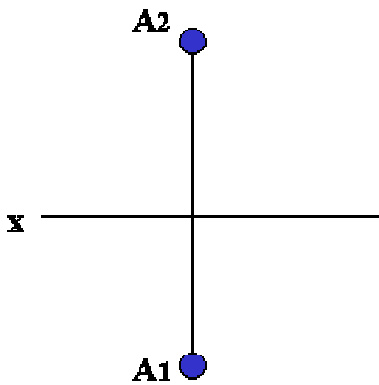
1. Назовите способ задания плоскости общего положения на комплексном чертеже?
2. Назовите условие принадлежности точки плоскости?
3. Назовите условие принадлежности прямой плоскости?
4. Что называется горизонталью и фронталью плоскости?
5. Для чего используют линии уровня плоскости?
6. Как расположена плоскость общего положения относительно плоскостей проекций?
7. Как расположены проецирующие плоскости относительно плоскостей проекций?
8. Как расположены плоскости уровня относительно плоскостей проекций.
9. Что такое след плоскости, вырожденная проекция?
10. Каким геометрическим объектом является пересечение двух плоскостей?
11. Какие методы преобразования комплексного чертежа вы знаете?
12. Объясните принцип метода замены плоскостей проекций.

! Упражнения:

1. Рассмотрите чертежи на рисунке и запишите, какие плоскости на них изображены.

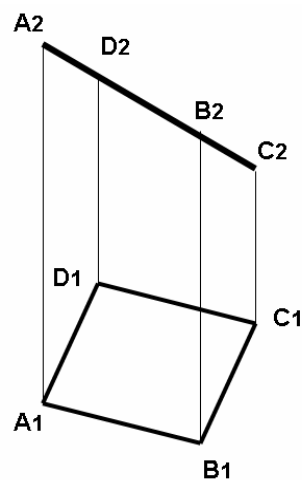


2. Через точку А провести горизонтально-проецирующую плоскость Σ под углом 45° к плоскости Π_2 .



3. На комплексном чертеже задана плоскость общего положения $\Sigma(ABC)$. Через точку А(A_1, A_2) провести горизонталь и фронталь. *Указание:* плоскость задать самостоятельно; использовать признаки построения горизонтали и фронтали на эюре Монжа: $h_2 \parallel 0x$; $f_1 \parallel 0x$

4. Определить натуральную величину плоской фигуры.

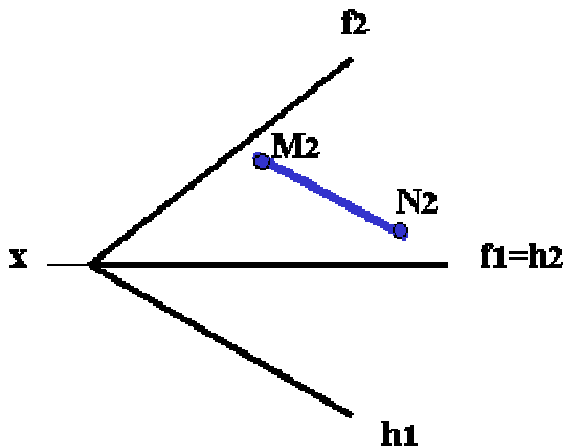


Пример тестового контроля по теме: «Плоскость»

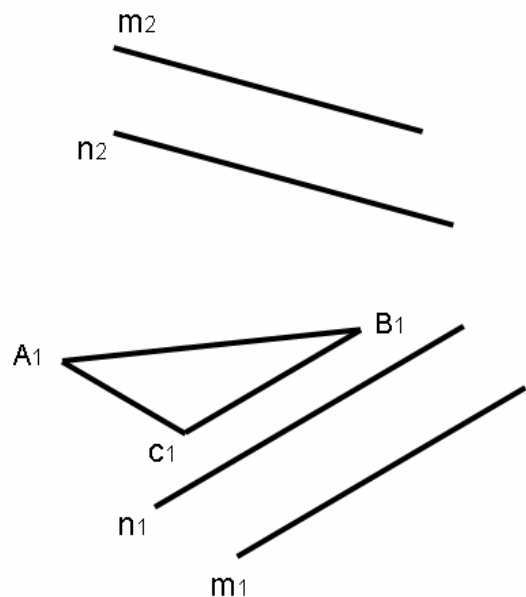
№	вопрос	ответ			
		1	2	3	4
1	Определить на каком чертеже задана горизонтально проецирующая плоскость.				
2	Определить на каком чертеже точка A принадлежит заданной на чертеже плоскости.				
3	Определить на каком чертеже задана фронталь плоскости треугольника ABC.				
4	Определить на каком чертеже прямая, заданная отрезком AB принадлежит плоскости треугольника.				

?! Задачи:

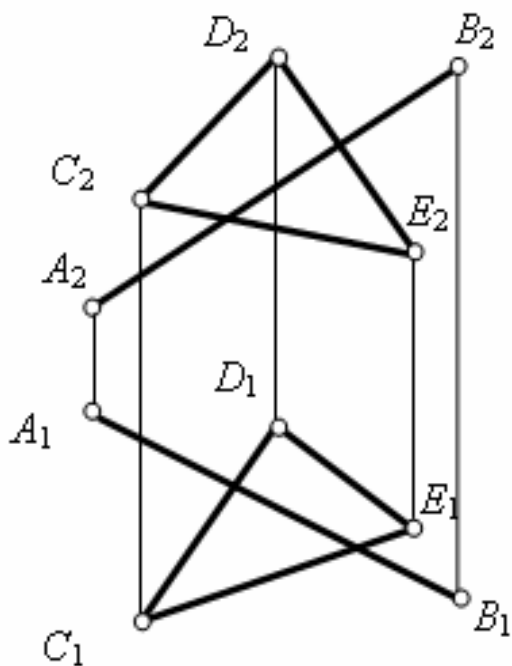
1. Плоскость общего положения Δ задана линиями уровня (следами), задан отрезок MN (M_2N_2), принадлежащий плоскости. Построить недостающую проекцию M_1N_1 отрезка MN .



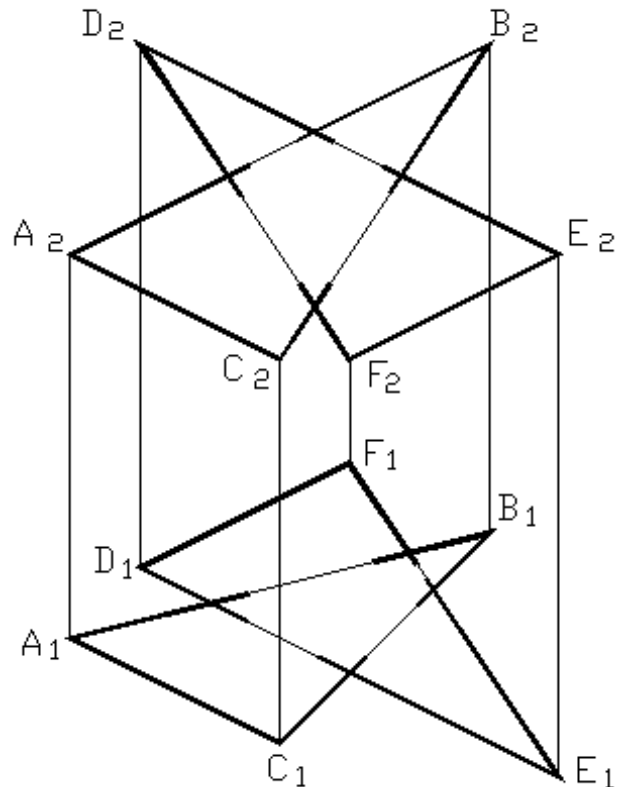
2. Построить фронтальную проекцию треугольника ABC , принадлежащего плоскости Γ ($n \parallel m$).



3. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью, заданной треугольником CDE . Определить видимость прямой.



4. Построить линию пересечения двух треугольников ABC и DEF . Определить их видимость.



ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3

ПОВЕРХНОСТИ

Поверхностью называется совокупность последовательных положений линий, движущихся в пространстве по определенному закону. Закон движения образующей определяется направляющими элементами и положением образующей относительно этих элементов в любой момент движения. Таким образом, определителем поверхности являются (табл.1):

1. Образующая, которая может иметь любой вид (прямая, окружность, парабола и т. д.).
2. Направляющая.

Поверхности вращения

Поверхности вращения задаются на комплексном чертеже двумя проекциями направляющей, образующей и очерка поверхности.

Очерком, или очертанием, поверхности называется проекция линии контура поверхности на плоскость проекций (рис. 29).

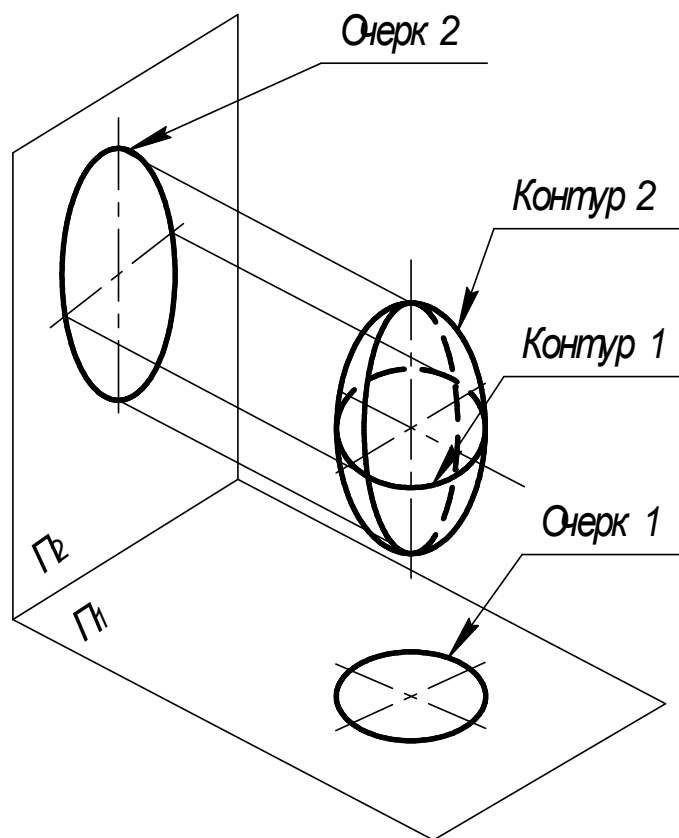


Рис. 29

Проекции контурных линий поверхности (линии очерка) называют также **линиями видимости**, так как они отделяют видимую часть поверхности от невидимой.

Каркас поверхности представляет собой множество окружностей, плоскости которых расположены перпендикулярно оси вращения (i).

Эти окружности называют **параллелями**; наименьшая параллель – **горло**, наибольшая – **экватор**.

Из закона образования поверхности вращения вытекают два основных свойства:

- плоскость, перпендикулярная оси вращения, пересекает поверхность по окружности – по параллели;
- плоскость, проходящая через ось вращения, пересекает поверхность по двум симметричным относительно оси линиям – по меридианам.

Плоскость, проходящая через ось параллельно фронтальной плоскости проекций, называется плоскостью главного меридиана, а линия, полученная в сечении, – **главным меридианом** (рис.30).

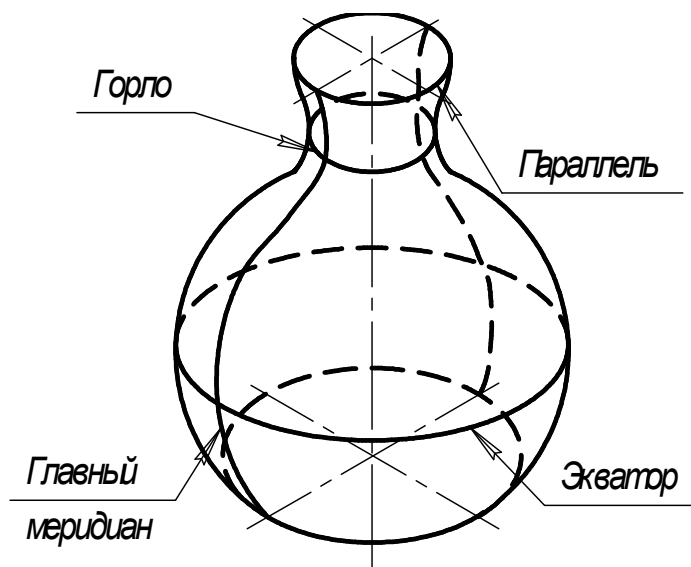
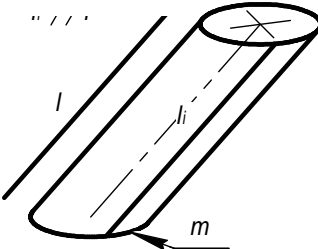
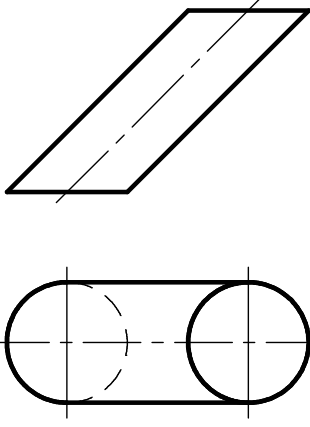
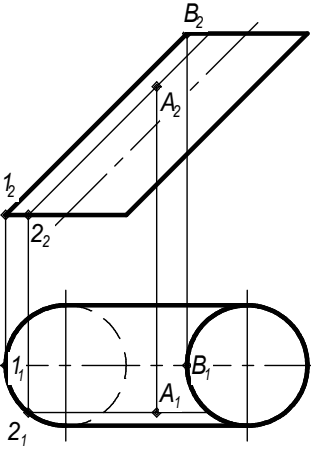
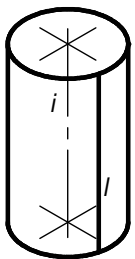
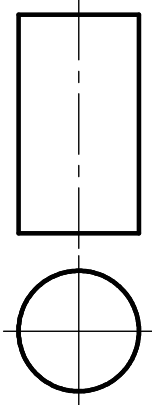
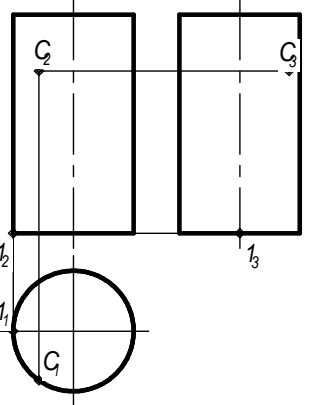
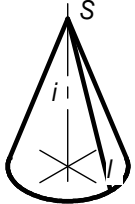
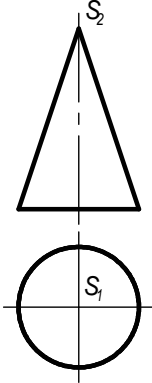
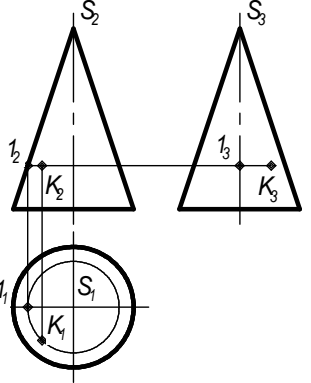


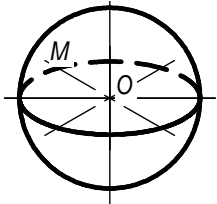
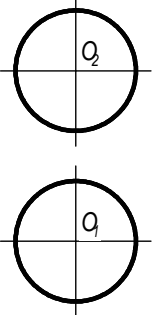
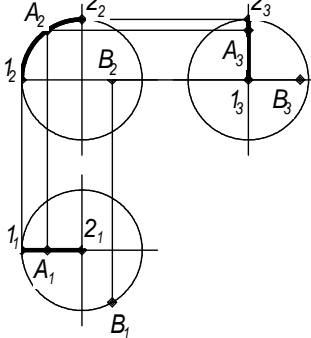
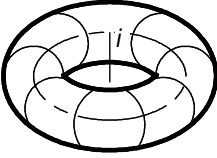
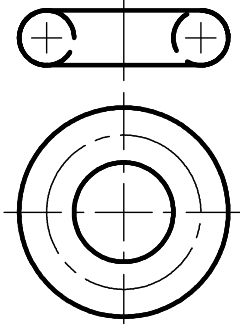
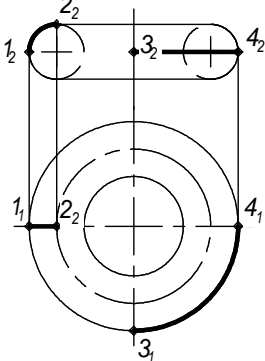
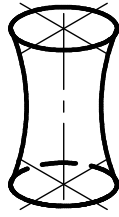
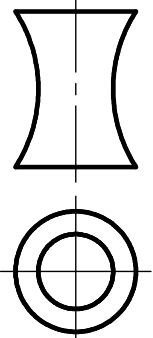
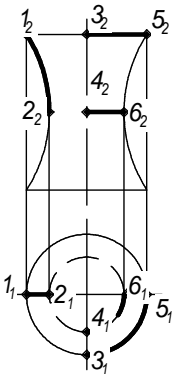
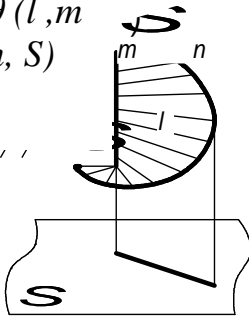
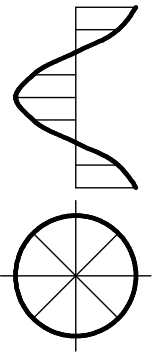
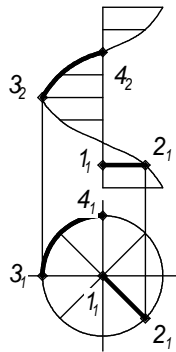
Рис. 30

Построение на чертеже точек, принадлежащих заданной поверхности.

Правило принадлежности: точка принадлежит поверхности, если ее проекции лежат на одноименных проекциях линии, заведомо принадлежащей поверхности.

Таблица 1

<p>Название и наглядное изображение Определитель поверхности</p>	<p>Изображение очерка поверхности</p>	<p>Построение точек на поверхности</p>	<p>Примеры использования поверхности в технике</p>
<p>Эллиптический цилиндр (нормальное сечение эллипс) $Q(l, m)$</p> 			<p>Ступицы маховиков, фасонные трубопроводы</p>
<p>Цилиндр вращения $\Sigma(l, i)$</p> 			<p>Валы, оси, втулки, пружины трубопроводов и тд.</p>
<p>Конус вращения $\Delta(l, i)$</p> 			<p>Центры токарных станков, пробки, фаски и тд.</p>

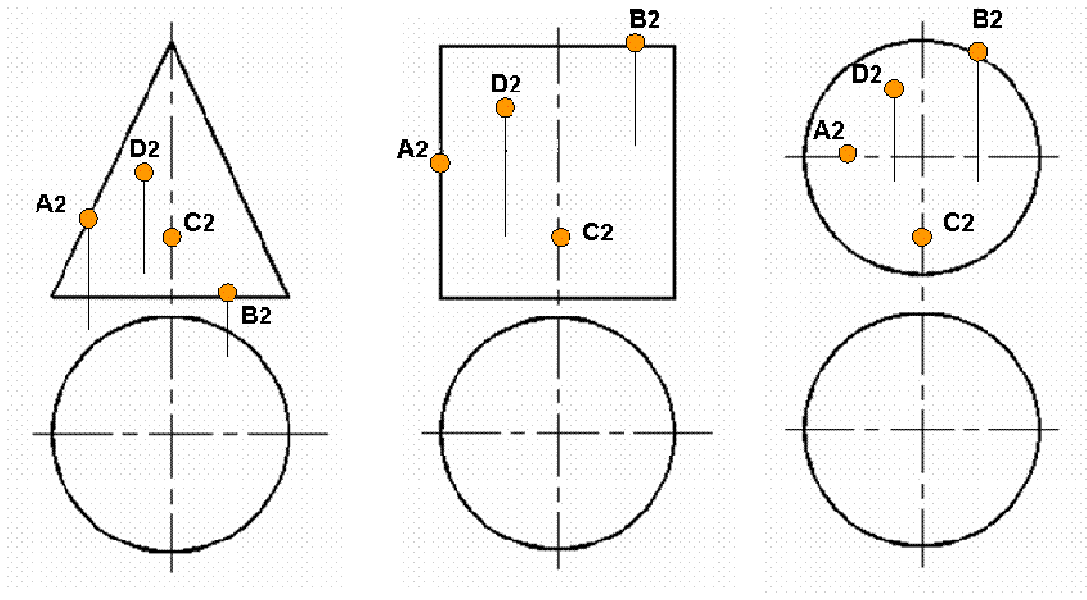
<p>Название и наглядное изображение Определитель поверхности</p>	<p>Изображение очерка поверхности</p>	<p>Построение точек на поверхности</p>	<p>Примеры использования поверхности в технике</p>
<p>Сфера $\theta (M, R)$</p> 			<p>Шарикоподшипники, рукоятки, клапаны, и тд.</p>
<p>Тор $\Delta (l, i)$</p> 			<p>Звенья цепей, шины, камеры колес, ободы маховиков.</p>
<p>Однополостной гиперболоид $\Sigma (l, i)$</p> 			<p>Башня Шухова, зубчатые колеса</p>
<p>Конус $\theta (l, m, n, S)$</p> 			<p>Поверхность резьбы</p>

? Контрольные вопросы:

1. Что называется поверхностью?
2. Что такое кинематическое образование поверхности?
3. Какие из поверхностей относятся к линейчатым?
4. Дайте определение винтовых поверхностей.
5. Что такое контур?
6. Что называется очерком?
7. Какие линии определяют видимую часть поверхности?
8. Что называется параллелями?
9. Что называется меридианом, экватором, горлом?
10. Назовите правило принадлежности точки поверхности.

! Упражнения:

1. Построить недостающие проекции точек **A**, **B**, **C**, **D**, принадлежащих поверхностям вращения.



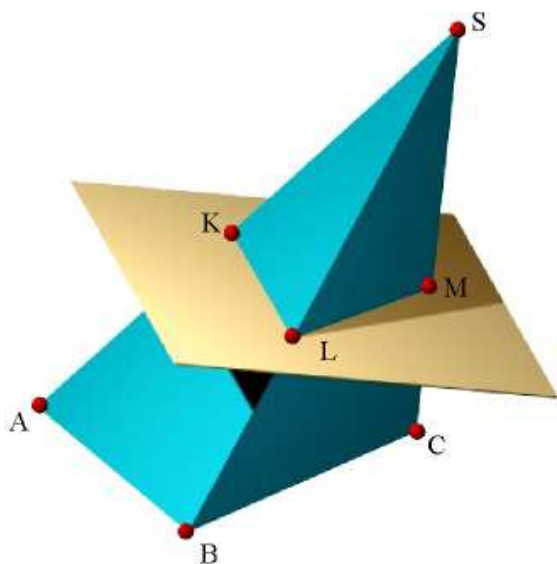
2. Лежит ли точка *A* на поверхности усеченного конуса?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ПЛОСКОСТЬЮ

Пересечение поверхности с плоскостью определяет плоскую линию, форма которой зависит от формы поверхности и взаимного положения плоскости и поверхности (рис.31 а, б).

а)



б)

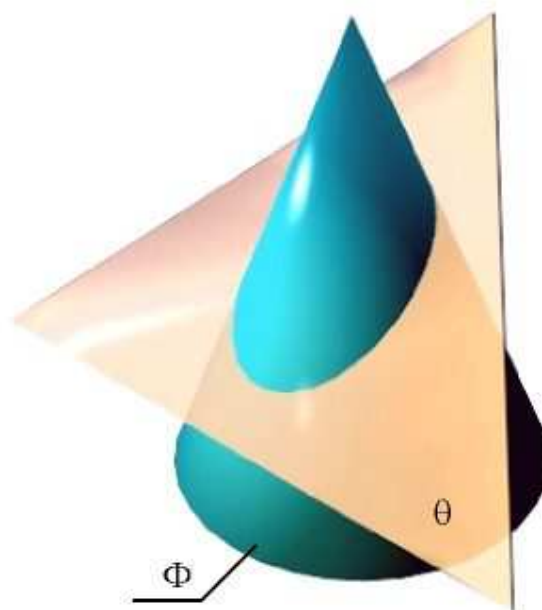
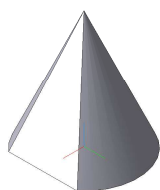


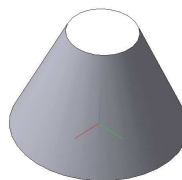
Рис. 31

Рассмотрим группу задач, в которых заданная секущая плоскость является плоскостью частного положения (рис. 32).

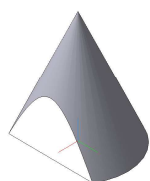
Конические сечения



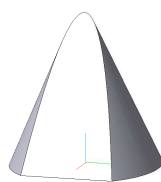
треугольник



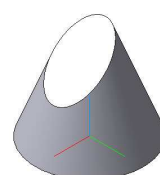
окружность



гипербола

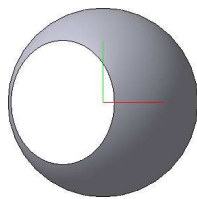


парабола

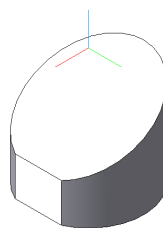


эллипс

Сечение сферы Сечение цилиндра



окружность



эллипс, прямоугольник

Рис. 32

Алгоритм решения

1. Определить в пространстве форму линии сечения поверхности, заданной плоскостью.
2. Определить форму проекции линии сечения на всех плоскостях проекций, на которых по условию задачи выполняются изображения.
3. На проекции сечения, которая изображается прямой линией, совпавшей со следом секущей плоскости, обозначить проекции характерных точек искомой линии:
 - а) точки, принадлежащие очеркам поверхностей;
 - б) точки, по которым можно построить графическим приемом всю линию:
 - для эллипса – большую и малую оси;
 - для параболы и гиперболы – вершины и концы наибольшей хорды,
 - для многоугольника – его вершины.
4. Построить недостающие проекции точек на чертеже.
5. Построить промежуточные точки линии сечения и соединить все точки с учетом видимости.

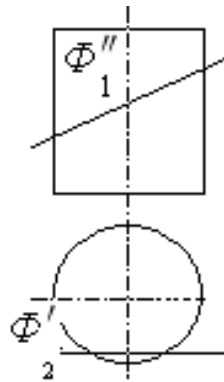
? Контрольные вопросы:

1. Что представляет собой линия пересечения поверхности с плоскостью?
2. Назовите линии сечения плоскостью конической поверхности.
3. Назовите линии сечения плоскостью цилиндрической поверхности?
4. Назовите линии сечения плоскостью сферической поверхности?
5. Какие точки относятся к характерным?

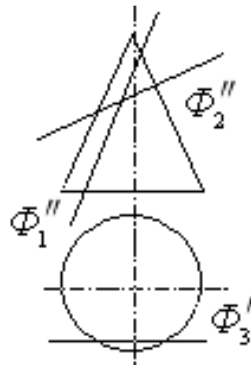
! Упражнения:

1. Какие линии получатся при пересечении поверхностей данными плоскостями Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 ?

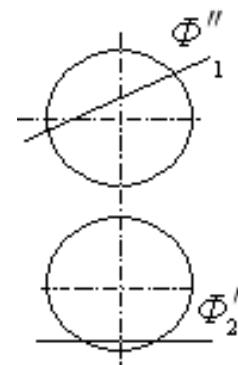
a)



б)

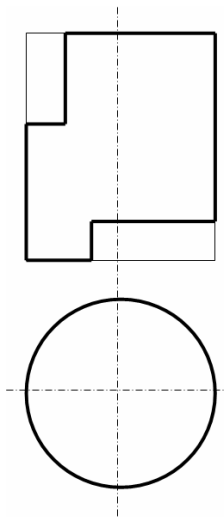


в)

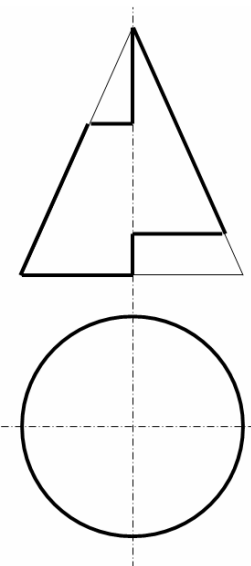


2. Построить три проекции линий выреза, выполненных фронтально - проецирующими плоскостями:

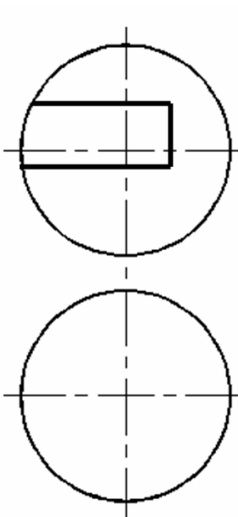
a)



б)

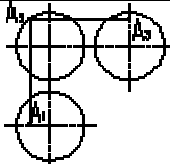
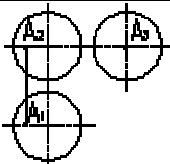
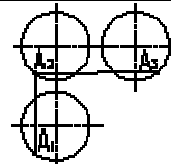
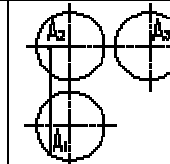
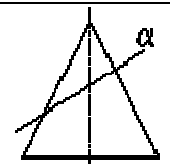
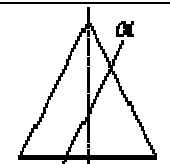
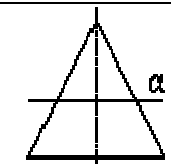
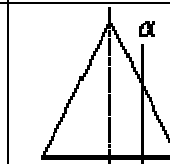


в)



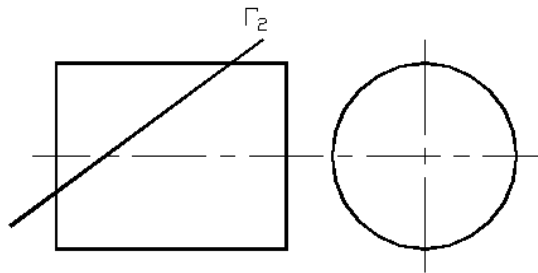
Пример тестового контроля по теме «Поверхности» и «Пересечение поверхности с плоскостью»:

№	вопрос	ответ			
		1	2	3	4
1	На каком чертеже правильно построены проекции точки A , лежащей на поверхности цилиндра.				
2	На каком чертеже правильно найдена малая ось эллипса AB (сечения конуса).				

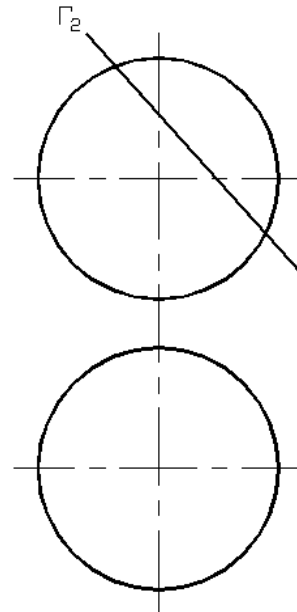
3	На каком чертеже точка A принадлежит главному фронтальному меридиану шара.				
4	На каком чертеже линией пересечения плоскости α с конической поверхностью будет гипербола.				

?! Задачи:

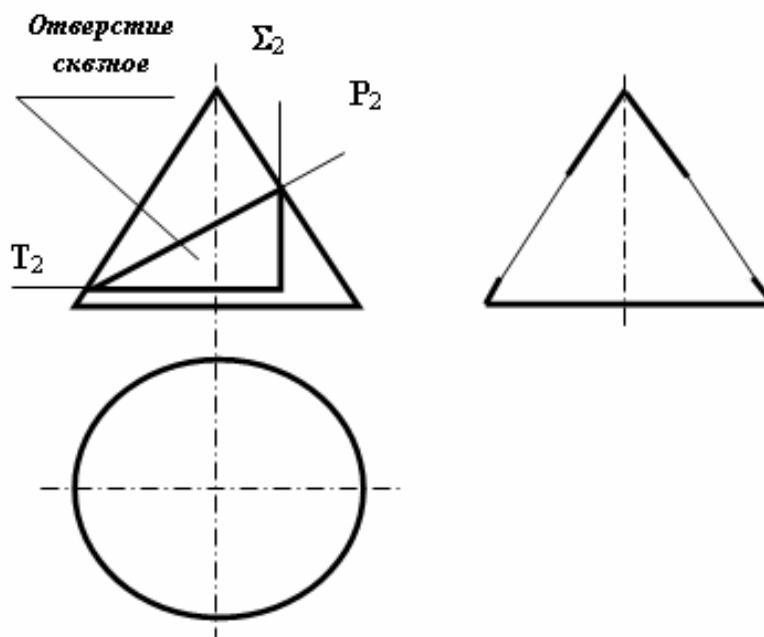
1. Построить три проекции линии пересечения цилиндра с плоскостью $\Gamma(\Gamma_2)$. Определить натуральный вид фигуры сечения.



2. Построить три проекции линии пересечения сферы с плоскостью $\Gamma(\Gamma_2)$. Определить видимость линии пересечения.



3. Построить три проекции линии пересечения конуса проецирующими плоскостями Σ , T , P .



ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Линией пересечения двух поверхностей является упорядоченное множество точек, принадлежащих одновременно обеим поверхностям. Форма линии пересечения зависит от формы и взаимного расположения заданных поверхностей:

- если пересекаются два многогранника, то линией пересечения является пространственная ломаная линия;
- если пересекаются две поверхности вращения второго порядка, то получается пространственная кривая четвертого порядка;
- если пересекаются две поверхности одна из которых – многогранник, а вторая – поверхность вращения, то линией пересечения является пространственная ломаная, звенья которой есть дуги кривых второго порядка.

Общим способом построения линии пересечения поверхностей является нахождение точек этой линии при помощи вспомогательных секущих посредников. В качестве посредников могут быть использованы как плоскости, так и сферы. Секущая поверхность (плоскость) пересекает заданные поверхности по графически простым линиям (окружность, прямые), а пересечение этих линий определяют точки линии пересечения заданных поверхностей.

При пересечении двух поверхностей вращения могут иметь место виды пересечения:

- полное проникание;
- «врезка» или «врубка» - частичное пересечение (рис. 33).

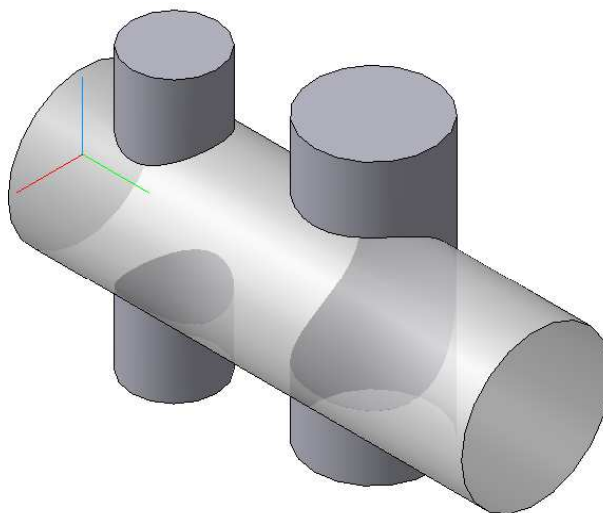


Рис. 33

Алгоритм решения

1. Анализ пересекающихся поверхностей.
2. Определить область пересечения:
 - точки пересечения фронтальных очерков;
 - точки пересечения горизонтальных очерков;
 - точки пересечения профильных очерков.

Если в пересечении участвует проецирующий цилиндр, то линия пересечения совпадает с вырожденной проекцией цилиндра, т.е. на той плоскости проекций, где цилиндр проецируется в окружность.

3. Выбрать секущие плоскости–посредники таким образом, чтобы в сечении получались графически простые линии (окружность или прямая).
4. Количество секущих плоскостей зависит от области пересечения.
5. Соединить полученные точки с учетом видимости.
6. Обвести очерки заданных поверхностей.
7. Выполнить выносные элементы и записать характерные точки (рис. 34).

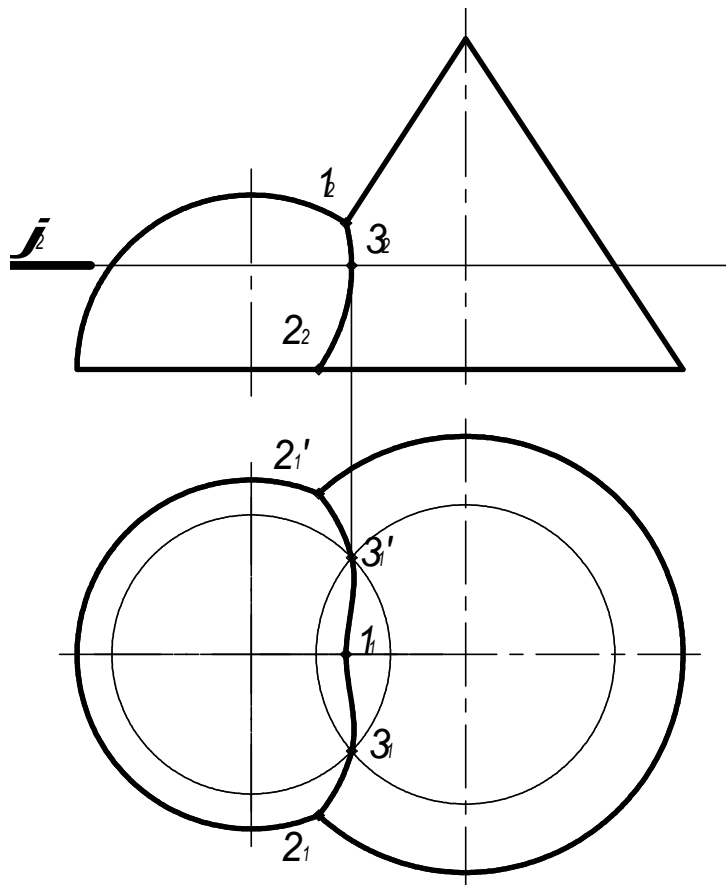


Рис. 34

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ.

Соосными поверхностями называются поверхности, имеющие общую ось.

Линией пересечения двух соосных поверхностей является их общая параллель (рис. 35).

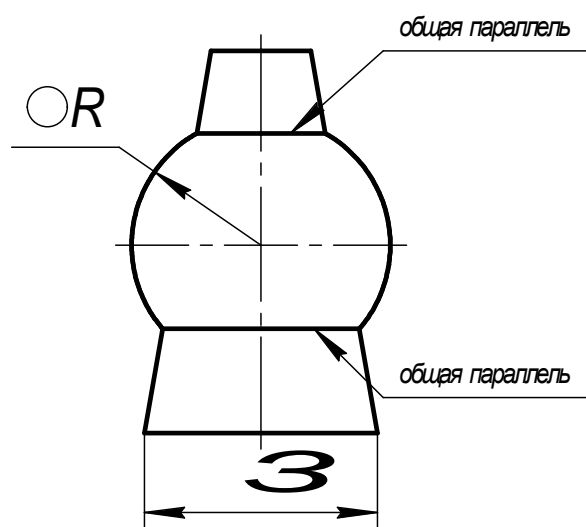


Рис. 35

Теорема Монжа.

Если две поверхности второго порядка пересекаются и можно вписать третью поверхность второго порядка, то линия пересечения распадается на две плоские кривые второго порядка, в точках двойного касания (рис. 36).

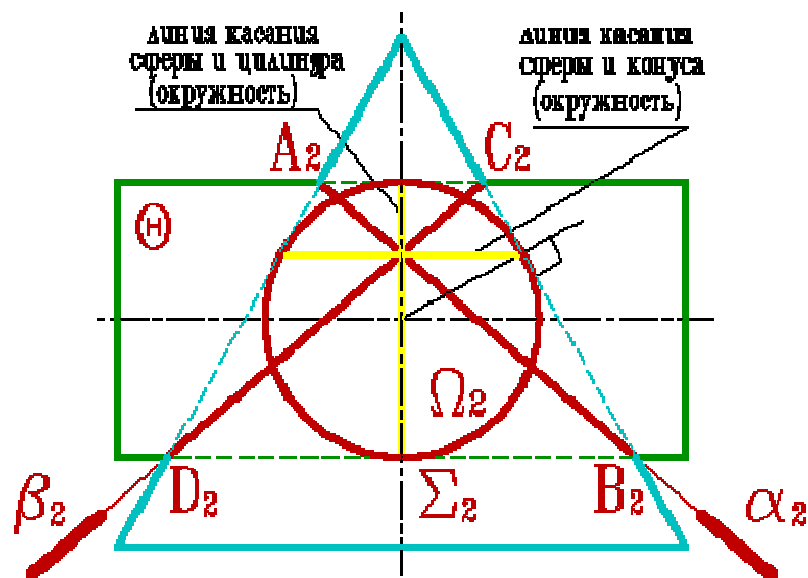


Рис. 36

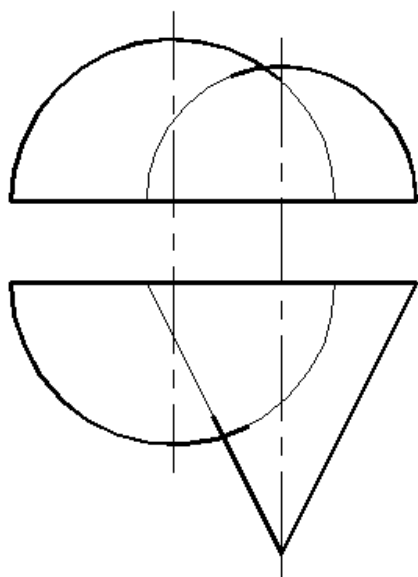
? Контрольные вопросы:

1. Дайте определение линии пересечения двух поверхностей.
2. Какого порядка получается линия пересечения двух криволинейных поверхностей?
3. От чего зависит форма линии пересечения?
4. Назовите способы построения линий пересечения поверхностей.
5. Какие поверхности могут служить в качестве посредников при построении линий пересечения.
6. Какие требования предъявляются при выборе вспомогательных секущих плоскостей?
7. Назовите случаи при построении линий пересечения поверхностей, в которых результатом является одна линия; две линии.
8. Определите область расположения линии пересечения.
9. Назовите случай пересечения поверхностей, когда одна из проекций линии пересечения совпадает с очерком поверхности.
10. Назовите плоскости, в которых лежат габаритные точки линии пересечения.
11. При каких условиях контуры двух поверхностей пересекаются?
12. На очерке какой поверхности находятся точки-границы видимости линии пересечения?
13. Какие поверхности являются соосными?
14. Что является линией пересечения двух соосных поверхностей?
15. Дайте определение теоремы Монжа.
16. Какие точки называются точками двойного касания?

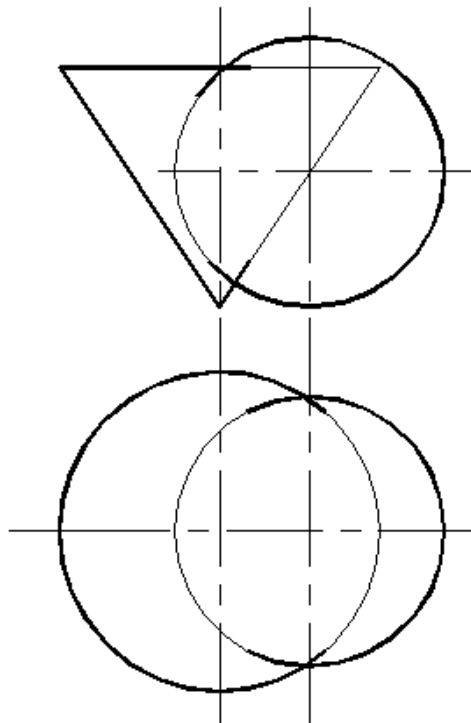
?! Задачи:

1. Построить пересечения поверхностей.

линию двух

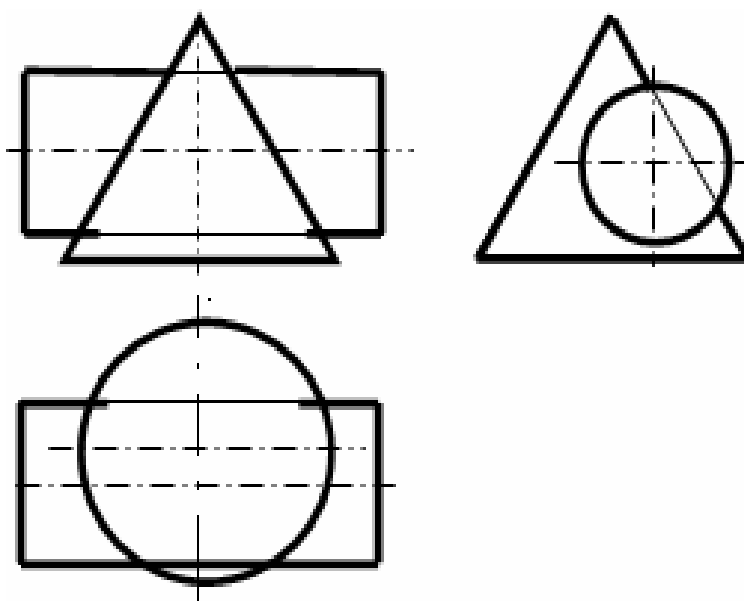
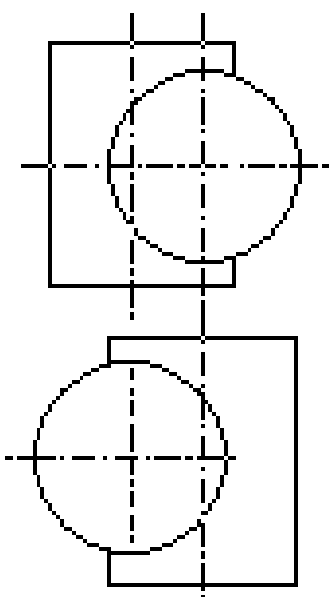


2. Построить проекции линии пересечения двух поверхностей вращения, выделив ее видимые и невидимые участки.



3. Построить проекции линии пересечения двух поверхностей.

4. Построить три проекции линии пересечения конуса и цилиндра.



Оглавление

Введение	3
Практическое занятие № 1. Проецирование точки. Проецирование прямой.	5
Практическое занятие № 2. Плоскость.	12
Практическое занятие № 3. Поверхности.	21
Практическое занятие № 4. Пересечение поверхностей с плоскостью.	27
Практическое занятие № 5. Пересечение поверхностей.	31